LA PREDICATIVITE DANS LES THEORIES ELEMENTAIRES

Marcel CRABBÉ

La théorie des types est destinée à classer les objets de l'univers en diverses catégories ou types. La répartition la plus élémentaire, celle de la forme simplifiée de la théorie simple des types, se limite à des types qui sont des nombres naturels.

Le type o est constitué par les individus ,c'est-à-dire par les entités qui ne sont pas considérées comme des ensembles. Les objets de type 1 sont les ensembles d'individus, les objets de type 2 sont les ensembles d'ensembles d'individus et, en général, les objets de type $k + 1$ sont les ensembles d'objets de type k.

Une telle disposition n'est pas cumulative: chaque objet relève d'un seul type. Du reste, elle n'admet pas d'éléments hétérogènes comme le seraient des ensembles comptant parmi leurs éléments à la fois des individus et des ensembles d'individus.

Les ensembles ont la propriété remarquable d'être entièrement déterminés par leurs éléments, qui sont tous de même type. Mais, il n'est pas évident a priori que toute collection d'objets d'un certain type détermine un ensemble. Pour que les éléments d'une telle collection puissent se regrouper en un ensemble, il faudrait qu'il y ait, entre ces éléments, une certaine affinité que la dignité d'ensemble ne fera que consacrer. Un tel lien peut être donné par une propriété. En découle-t-il que n'importe quelle propriété va fournir une connexion suffisante ?

Considérons le cas d'une propriété définie par une formule comportant une seule place vide. Si cette place est destinée à recueillir des objets de type k, la collection des objets qui vérifient cette formule (ou propriété) devra être, si elle est un

ensemble, de type k + 1. Cependant, la formule peut, par le biais de quantificateurs, mettre en œuvre des totalités d'objets de types supérieurs à k, notamment la totalité des objets de type k + 1. L'ensemble serait ainsi défini par un «cercle vicieux» (Poincaré) dans la mesure où l'on se base sur des totalités qui présupposent en dernière analyse l'objet à définir. Une telle définition est dite *imprédicative.*

La présence, dans la formule, de paramètres de types supérieurs à k + 1 constitue également un risque d'imprédicativité. En effet, un tel paramètre, quand bien même il serait défini prédicativement, pourrait l'être par le biais de totalités d'objets de types supérieurs à k.

En admettant qu'il y ait des définitions qui ne peuvent être remplacées par une définition prédicative, il faudrait, pour justifier une prise de parti en faveur de la prédicativité, supposer que tout ensemble doit être, en un certain sens, définissable. En rejetant cette hypothèse, on peut à la fois refuser les définitions imprédicatives, en tant qu'elles sont constitutives, et les admettre, en tant qu'elles déterminent un ensemble dont l'existence ne dépend pas de la qualité de la définition qu'on en donne.

Dans cet article, nous étudierons des théories qui respectent le principe de prédicativité. Après les avoir opposées aux théories imprédicatives correspondantes, nous serons amenés à en relâcher légèrement les exigences pour réduire l'imprédicativité à des formes apparemment plus faibles.

Nous nous sommes limités volontairement à des systèmes qui ne comportent pas d'axiomes entraînant l'existence d'ensembles infinis.

1. *Le langage $\mathcal{L}$ et ses fragments.*

11. *Symboles.*

— Les types sont les entiers positifs: 0, 1, 2...;

— pour chaque type k, on introduit une infinité de

variables, notées: x^k, y^k, z^k ...;
— pour chaque type k, on introduit un symbole de relation binaire: $\in_k$;
— les symboles usuels de la logique des prédicats avec égalité.

12. *Formules.*
Elles sont construites à partir des formules atomiques de la forme: $x^k \in_k y^{k+1}$ et $x^k = y^k$, en utilisant les signes logiques.

13. *Définitions.*
— Une formule dans laquelle figurent au plus n types consécutifs ($n > 0$) est dite *n-typée.*
— Une formule dont les variables libres sont d'un type inférieur ou égal à k ($k \geqslant 0$) et les variables liées d'un type inférieur à k est *de type k.*
— $\mathcal{L}_n$ ($n > 0$) est la partie de $\mathcal{L}$ n'utilisant que les n premiers types (0, 1, ..., n — 1). Toute formule de $\mathcal{L}_n$ est donc n-typée.

Les indices marquant le type seront omis s'ils ne sont pas nécessaires à l'intelligence du texte.

2. *Les théories TP et TT et leurs fragments.*

Les axiomes et les règles de déduction de TP et de TT sont en premier lieu ceux du calcul des prédicats, en n'autorisant toutefois la substitution d'une variable à une autre que si leurs types sont identiques.

Aux axiomes proprement logiques, il faut ajouter les axiomes d'extensionnalité, c'est-à-dire les formules de la forme:

$$\forall z^k (z^k \in_k x^{k+1} \leftrightarrow z^k \in_k y^{k+1}) \rightarrow x^{k+1} = y^{k+1};$$

ainsi que les axiomes de compréhension, c'est-à-dire les formules de la forme:

$$\exists y^{k+1} \forall x^k (x^k \in_k y^{k+1} \leftrightarrow \varphi),$$

où φ est une formule de type $k + 1$ dans le cas de TP, et une formule quelconque dans le cas de TT, y^{k+1} ne pouvant jamais être libre dans φ.

TP_n $(n > 0)$ est la théorie de langage $\mathcal{L}_n$ dont les axiomes sont ceux de TP qui s'écrivent dans $\mathcal{L}_n$.

$TP^{(m)}$ $(m > 0)$ est le fragment de TP constitué des axiomes de compréhension m-typés de TP.

TT_n, $TT^{(m)}$, $TP_n^{(m)}$ et $TT_n^{(m)}$ sont définis similairement.

3. *Modèles.*

Les structures pour $\mathcal{L}_n$ sont celles de la forme:

$$\mathcal{M}_n = \langle M_0, <_0, \ldots <_{n-2}, M_{n-1}\rangle$$

où M_k $(k < n)$ est un ensemble et où $<_k \subseteq M_k \times M_{k+1}$ $(k < n - 1)$.

Une structure pour $\mathcal{L}$ est de la forme:

$$\mathcal{M} = \langle M_0, <_0, M_1, <_1, M_2, \ldots \rangle$$

où chaque $\mathcal{M}_n = \langle M_0, <_0, \ldots <_{n-2}, M_{n-1}\rangle$ est une structure pour $\mathcal{L}_n$.

Les notions de satisfaction et de modèle (pour les théories envisagées) sont des généralisations évidentes des concepts correspondants pour le premier ordre.

Soit $\mathcal{M}_n$ un modèle de TP_n et soit A un ensemble de sous-ensembles de M_{n-1}. Une relation $<'_{n-1} \subseteq M_{n-1} \times A$ est définie par:

$b <'_{n-1} a$ ssi $b \in a$.

$\mathcal{M}'_n$ est la structure $\langle M_0, <_0, \ldots, M_{n-1}, <'_{n-1}, A\rangle$.

Posons Π_A (M_{n-1}) comme étant l'ensemble des ensembles de la forme $\{x \in M_{n-1} | \mathcal{M}'_n \models \varphi (x, a_1, \ldots, a_l)\}$ où $\varphi (x, y_1, \ldots, y_l)$ est une formule de $\mathcal{L}_{n+1}$ de type n et où $a_1, \ldots a_l$ sont des élé-

ments de $\bigcup_{o \leqslant k \leqslant n-1} M_k \cup A$. La détermination d'un tel ensemble ne dépend pas de la formule concrète choisie pour sa définition.

$<_{n-1} \subseteq M_{n-1} \times \Pi_A(M_{n-1})$ est donnée par la condition:

$b <_{n-1} \{x \in M_{n-1} \mid \mathcal{M}'_n \models \varphi(x, a_1, \ldots a_l)\}$ ssi
$\mathcal{M}'_n \models \varphi(b, a_1, \ldots a_l)$,

où $\varphi(x, y_1, \ldots, y_l)$ est de type n et $a_1, \ldots, a_l \in \bigcup_{o \leqslant k \leqslant n-1} M_k \cup A$.

On démontre sans peine que la structure $\mathcal{M}_n{}^A = \langle M_o, <_o, \ldots, <_{n-2}, M_{n-1}, <_{n-1}, \Pi_A(M_{n-1})\rangle$ est le plus petit modèle de TP_{n+1}, contenant A, qui «étend» $\mathcal{M}_n$.

4. *Equivalence de TP à l'un de ses fragments.*

Grichine [4] a démontré que $TT = TT^{(3)} + \in$ où $\in$ est la classe des axiomes de $TP^{(4)}$ de la forme:

$$\exists y \, \forall x \, (x \in y \leftrightarrow \exists z \, \forall v \, (v \in x \rightarrow z \in v))$$

(existence de l'ensemble des ensembles dont l'intersection n'est pas vide). Nous adapterons ici un résultat analogue (voir [3]) aux théories TP et TP_n.

Soit $\mathcal{F}$ la classe des axiomes de la forme:
$\exists y \, \forall x \, (x \in y \leftrightarrow \exists z \, \forall v \, (v \in x \leftrightarrow z \in v))$. Ces énoncés expriment l'existence de l'ensemble des ultra-filtres principaux engendrés par les objets d'un type donné. Tout axiome de $\mathcal{F}$ est un axiome de compréhension de $TP^{(4)}$.

Etendons $\mathcal{L}_4$ en un langage $\mathcal{L}_4^*$ obtenu par adjonction des termes $F(x^o)$ et F, respectivement de types 2 et 3. Ajoutons également à $TP_4^{(3)}$ les axiomes logiques pour $\mathcal{L}_4^*$ et les axiomes suivants:

$\forall z^1 \, (z^1 \in F(x^o) \leftrightarrow x^o \in z^1)$,
$\forall x^2 \, (x^2 \in F \leftrightarrow \exists z^o \, \forall v^1 \, (v^1 \in x^2 \leftrightarrow z^o \in v^1))$.

On obtient ainsi une théorie $TP_4^{(3)*}$ qui est une extension conservatrice de $TP_4^{(3)} + \mathcal{F}_4$ ($\mathcal{F}_n = \mathcal{L}_n \cap \mathcal{F}$, pour $n \geqslant 4$).

Nous supposerons dans la suite de ce paragraphe que deux variables x^i et x^j ne peuvent avoir simultanément des occurrences libres dans une même formule lorsque $i \neq j$.

A chaque formule φ de $\mathcal{L}_4$, on fait correspondre deux formules $f[\varphi]$ et $g[\varphi]$ de la façon qui suit:

$f[x^o \in y^1] \equiv y^1 \in F(x^o)$, $g[x^o \in y^1] \equiv y^1 \in x^2$;
$f[x^k \in y^{k+1}] \equiv g[x^k \in y^{k+1}] \equiv x^k \in y^{k+1}$ ($k = 1$ ou 2);
$f[x^o = y^o] \equiv F(x^o) = F(y^o)$, $g[x^o = y^o] \equiv x^2 = y^2$;
$f[x^k = y^k] \equiv g[x^k = y^k] \equiv x^k = y^k$ ($1 \leqslant k \leqslant 3$);
$f[\neg\psi] \equiv \neg f[\psi]$, $g[\neg\psi] \equiv \neg g[\psi]$;
$f[\psi \wedge \chi] \equiv f[\psi] \wedge f[\chi]$; $g[\psi \wedge \chi] \equiv g[\psi] \wedge g[\chi]$;
$f[\forall x^o \psi(x^o)] \equiv \forall x^2 (x^2 \in F \rightarrow \psi'(x^2))$, où $\psi'(F(x^o)) \equiv f[\psi(x^o)]$;
$g[\forall x^o \psi(x^o)] \equiv \forall x^2 (x^2 \in y^3 \rightarrow g[\psi(x^o)])$, y^3 étant la première variable de type 3 telle qu'aucune y^k n'apparaisse dans $\forall x^o \psi(x^o)$;
$f[\forall x^k \psi(x^k)] \equiv \forall x^k f[\psi(x^k)]$, $g[\forall x^k \psi(x^k)] \equiv \forall x^k g[\psi(x^k)]$ ($1 \leqslant k \leqslant 3$).

La construction de $f[\varphi]$ et $g[\varphi]$ donne le

Lemme 1.

Si φ est une formule de $\mathcal{L}_4$, alors

a. $TP_4^{(3)*} \vdash \varphi \leftrightarrow f[\varphi]$;
b. $g[\varphi]$ est une formule 3-typée de $\mathcal{L}_4$;
c. $g[\varphi]$ est de type 3, si φ l'est;
d. $f[\varphi]$ est le résultat de la substitution de termes aux variables libres de $g[\varphi]$ qui n'apparaissent pas dans φ.

□

Lemme 2.

$TP_4 = TP_4^{(3)} + \mathcal{F}_4$.

Démonstration.

Soit φ une formule de type 3 dans laquelle ne figure pas y^3. Par le lemme 1, on a successivement,

$TP_4^{(3)} \vdash \exists y^3 \forall x^2 (x^2 \in y^3 \leftrightarrow g[\varphi])$,

$TP_4^{(3)*} \vdash \exists y^3 \forall x^2 (x^2 \in y^3 \leftrightarrow f[\varphi])$,

$TP_4^{(3)*} \vdash \exists y^3 \forall x^2 (x^2 \in y^3 \leftrightarrow \varphi)$. □

Une démonstration analogue donne le

Lemme 3.
a. $TP_n^{(k+1)} = TP_n^{(k)}$, si $k \geqslant 4$.

b. $TP_n^{(4)} = TP_n^{(3)} + \mathcal{F}_n$. □

Théorème 1.
a. $TP_n = TP_n^{(3)} + \mathcal{F}_n$.

b. $TP = TP^{(3)} + \mathcal{F} = TP^{(4)}$.

Démonstration.
a. $TP_n = TP_n^{(n)} = TP_n^{(4)} = TP_n^{(3)} + \mathcal{F}_n$ (lemme 3).

b. $TP = \bigcup_{n \in \omega} TP_n = \bigcup_{n \in \omega} (TP_n^{(3)} + \mathcal{F}_n) = TP^{(3)} + \mathcal{F}$. □

5. Le théorème de cette section établit la différence entre les systèmes prédicatifs et les systèmes non prédicatifs. Le troisième énoncé de ce théorème sera généralisé dans la section suivante. La démonstration donnée ici est toutefois plus évidente et pourra être utilisée dans la suite.

Lemme 4.
a. TP_m est une extension conservatrice de TP_n $(m \geqslant n > o)$.
b. TP est une extension conservatrice de TP_n $(n > o)$.

Démonstration.

a. Si $\mathcal{M}_n$ est un modèle de TP_n, alors $\mathcal{M}_n^{\varnothing}$ est un modèle de TP_{n+1} et de tous les énoncés qui sont vrais dans $\mathcal{M}_n$. Par récurrence, tout modèle de TP_n «s'étend» ainsi en un modèle de TP_m.

b. Si φ est une formule de $\mathcal{L}_n$ et si $TP \vdash \varphi$, alors pour un certain type m ($m \geqslant n$), $TP_m \vdash \varphi$. Dès lors $TP_n \vdash \varphi$, par le premier point.

□

Théorème 2.

a. $TP_1 = TT_1$.
b. $TP_2 = TT_2$.
c. $TP_n \neq TT_n$ ($n \geqslant 3$).
d. $TP \neq TT$.

Démonstration.

a. Evident.
b. Il suffit de montrer que $TT_2 \subseteq TP_2$. C'est-à-dire que tout modèle de TP_2 est un modèle de TT_2. Soit $\langle M_0, <_0, M_1 \rangle$ un modèle de TP_2. La structure $\langle M_1, \subseteq_1, \rangle$ où $x \subseteq_1 y$ ssi $(\forall z \in M_0)\ (z <_0 x \rightarrow z <_0 y)$ est une algèbre de Boole atomique. Dès lors, d'après [2], $\langle M_0, <_0, M_1 \rangle$ est un modèle de TT_2.
c. Soit $\mathcal{M}_{n-1}$ un modèle de TP_{n-1} de sorte qu'il y ait un ensemble $a \subseteq M_{n-3}$ et qu'il n'y ait pas d'élément b de M_{n-2} tel que $(\forall x \in M_{n-3})\ (x <_{n-3} b \leftrightarrow x \in a)$ (Il suffit de considérer un modèle infini dénombrable). Si a' est l'ensemble $\{\{x\} \mid x \in a\}$, alors $a' \subseteq M_{n-2}$ et $\mathcal{M}_{n-1}^{\{a'\}}$ est un modèle de TP_n vérifiant les mêmes énoncés de $\mathcal{L}_{n-1}$ que $\mathcal{M}_{n-1}$ et tel que $\mathcal{M}_{n-1}^{\{a'\}} \models \exists y\ \forall x\ (x \in y \leftrightarrow \exists v\ (x \in v \wedge v \in a'))$.
d. Si $TT \subseteq TP$ et si φ est une formule de $\mathcal{L}_3$ démontrable dans TT_3, alors $TP_3 \vdash \varphi$, en vertu du lemme 4, b. Cela contredit c. □

6. *Réduction de l'imprédicativité.*

Soit $\mathcal{U}$ la classe des axiomes non prédicatifs de TT de la forme

$$\forall z\ \exists y\ \forall x\ (x \in y \leftrightarrow \exists v\ (v \in z \wedge \forall w\ (w \in v \leftrightarrow w = x))).$$

Ces axiomes affirment notamment l'existence de la réunion des ensembles des singletons.

$\mathcal{U}_n$ est $\mathcal{U} \cap \mathcal{L}_n$ $(n > o)$.

Lemme 5.
$TP_{n+1} + \mathcal{U}_{n+1}$ est une extension conservatrice de TT_n.

Démonstration.
Supposons $n > 1$, sans quoi il n'y a rien à démontrer (théorème 2, a et lemme 4, a).

1. $TT_n \subseteq TP_{n+1} + \mathcal{U}_{n+1}$
   Montrons par récurrence que tout axiome de compréhension de TT_n de la forme: $\exists y^{i+1} \forall x^i (x^i \in y^{i+1} \leftrightarrow \varphi)$ où φ est une formule de type k $(i + 1 \leqslant k \leqslant n)$ est démontrable dans $TP_{n+1} + \mathcal{U}_{n+1}$.
   Si $k - (i + 1) = o$, l'axiome en question est un axiome de TP_n et donc de $TP_{n+1} + \mathcal{U}_{n+1}$.
   Soit alors $k - (i + 1) = q + 1$ $(q \geqslant o)$. Par hypothèse
   $TP_{n+1} + \mathcal{U}_{n+1} \vdash \exists y_1^{i+2} \forall x_1^{i+1} (x_1^{i+1} \in y_1^{i+2} \leftrightarrow$
   $\exists x^i (\forall z^i (z^i \in x_1^{i+1} \leftrightarrow z^i = x^i) \wedge \varphi))$.
   Un tel y_1^{i+2} est un ensemble de singletons. La réunion de cet ensemble existe par les axiomes de $\mathcal{U}_{n+1}$.
2. $TP_{n+1} + \mathcal{U}_{n+1}$ est une extension *conservatrice* de TT_n. Le modèle $\mathcal{M}_n^{\varnothing}$ de TP_{n+1} où $\mathcal{M}_n$ est un modèle de TT_n vérifie les mêmes énoncés de $\mathcal{L}_n$ que $\mathcal{M}_n$. Il suffira donc de montrer, pour tout $a \in \Pi^{\varnothing}(M_{n-1})$, que $\mathcal{M}_n^{\varnothing} \models \exists y^{n-1} \forall x^{n-2}$ $(x^{n-2} \in y^{n-1} \leftrightarrow \exists v^{n-1} (x^{n-2} \in v^{n-1} \wedge v^{n-1} \in a))$. Cela suit du fait que $\mathcal{M}_n$ est un modèle de TT_n et que a est défini par une formule de $\mathcal{L}_n$ à paramètres dans $\mathcal{M}_n$.

□

Théorème 3.
a. $TP + \mathcal{U} = TT$.
b. $TP_n + \mathcal{U}_n \neq TT_n$. $(n \geqslant 3)$.

Démonstration.
La première partie du lemme 5 donne a.

La démonstration de b fera intervenir le résultat [3], déjà signalé:

(*) $TT_4 = TT_4^{(3)} + \mathcal{F}_4$, et le fait suivant [1]:

(**) Si $n \geqslant 4$, TT_n n'est pas une extension conservatrice de TT_{n-1}.

Si $TT_n = TP_n + \mathcal{U}_n$ $(n \geqslant 4)$, alors la seconde partie du lemme montre que $TT_{n-1} \vdash \varphi$, pour toute formule φ de $\mathcal{L}_{n-1}$ démontrable dans TT_n. Or tenant compte de (**), cela est impossible. Donc $TT_n \neq TP_n + \mathcal{U}_n$, si $n \geqslant 4$.

De plus, si $TT_3 = TP_3 + \mathcal{U}_3$, alors en vertu de (*):
$TT_4 = TT^{(3)} + \mathcal{F}_4 = TP^{(3)} + \mathcal{U}_4 + \mathcal{F}_4 \subseteq TP_4 + \mathcal{U}_4$, ce qui contredit ce qui vient d'être démontré. □

Théorème 4.
a. $TP + \mathcal{U} \neq TP$.
b. $TP_n + \mathcal{U}_n \neq TP_n$ $(n \geqslant 3)$.

Démonstration.
a suit des théorèmes 2, d et 3, a.
La preuve de b est implicite dans celle du théorème 2, c. □

7. *Réduction de l'imprédicativité (suite).*

La section 6 réduit l'imprédicativité de TT à l'un de ses aspects: l'affirmation de l'existence de la réunion d'un ensemble (1) (de singletons). Les énoncés de $\mathcal{U}$ sont des axiomes de compréhension de la forme:

$$\exists\, y^{k+1}\ \forall x^k\ (x^k \in y^{k+1} \leftrightarrow \varphi),$$

où le type de φ est $k + 2$. Le respect de la prédicativité exigerait ici le type $k + 1$.

Pour réduire l'imprédicativité des théories TT_n, nous envisageons deux fragments de TT obtenus en affaiblissant l'im-

(1) Le caractère imprédicatif de la fameuse démonstration des «Principia Mathematica», montrant que tout ensemble majoré de réels a une borne supérieure, réside uniquement dans l'utilisation de l'axiome de la réunion.

prédicativité. Les axiomes du premier de ces fragments, TT*, sont ceux qui viennent d'être décrits. Quant au second fragment, TI, il s'obtient en imposant aux axiomes de TT* la restriction supplémentaire selon laquelle aucune variable (libre) de type $k + 2$ ne peut apparaître dans φ.

Les théories TI_n, $TI_n^{(m)}$ et TT_n^* sont définies comme dans la section 1.

Lemme 6.

a. TI_{n+1} est une extension conservatrice de TI_n.

b. TI est une extension conservatrice de TI_n $(n > o)$.

Démonstration.

a. Si $\mathcal{M}_n$ est un modèle de TI_n, alors $\mathcal{M}_n\ \mathcal{P}(M_{n-1})$ est un modèle de TI_{n+1} vérifiant les mêmes énoncés de $\mathcal{L}_n$ que $\mathcal{M}_n$ ($\mathcal{P}(M_{n-1})$ est l'ensemble des sous-ensembles de M_{n-1}).

b. Analogue au lemme 4, b. □

Théorème 5.

a. $TI_n = TI_n^{(3)} + \mathcal{F}_n$ $(n > o)$; $TI = TI^{(3)} + \mathcal{F}$.

b. $TI_n + \mathcal{U}_n = TT_n$ $(n > o)$.

c. $TT_n = TT_n^*$ $(n > o)$.

d. $TI \neq TP$; $TI_n \neq TP_n$ $(n \geqslant 3)$.

e. $TI \neq TT$; $TI_n \neq TT_n$ $(n \geqslant 3)$.

f. $TI_n \neq TP_n + \mathcal{U}_n$ $(n \geqslant 3)$.

Démonstration.

Pour a, on utilise une preuve analogue à celle de la section 4.

Pour obtenir b, il faut remarquer que si $i + 1 = n - 1$, dans la première partie de la démonstration du lemme 5, la formule à démontrer est un axiome de TI_n.

c est un corollaire de b.

d. $TI_n \neq TP_n$ $(n \geqslant 3)$ par b et le théorème 3, b. De là, $TI \neq TP$, par le lemme 4, b.

e. Une démonstration analogue à celle du théorème 3, b, utilisant le lemme 6, a et a, montre que $TI_n \neq TT_n$ $(n \geqslant 3)$. On

achève comme dans le théorème 2, d en se référant au lemme 6, b.

f découle de b et du théorème 3, b. □

Marcel Crabbé

REFERENCES

[1] Boffa (M.), *A reduction of the theory of types.* A paraître dans les Actes du Colloque de Bierutowice (Pologne), 1976.

[2] Boffa (M.) et Crabbé (M.), *Les théorèmes 3-stratifiés de NF_3*, C. R. Acad. Sc. Paris, 280 (1975), pp. 1657-1658.

[3] Crabbé (M.), *Da Coerência de N.F. dans Lógica e Filosofia da Linguagem*, Publicações da P.U.C., Rio de Janeiro (à paraître).

[4] Grichine (V.N.), *La méthode de stratification, Thèse, Moscou, 1973.*